муниципальное общеобразовательное учреждение
«Средняя образовательная школа
с углубленным изучением отдельных предметов № 44
Центрального района Волгограда»

Принято
педагогичским советом
МОУ СШ №44
Протокол от __ 2022г №____

УТВЕРЖДЕНО
Директор МОУ СШ№44
_____ И.В.Комисарова
Приказ от____2022г №____

Рабочая программа
курса платных услуг
дополнительного образования
«Функции помогают уравнениям»
на 2022-2023 учебный год

Возраст обучающихся_15-16 лет_
Составитель:Литвинчук Ирина Анатольевна,педагог ДО

Волгоград,2022г.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Целью профильного обучения, как одного из направлений модернизации математического образования является обеспечение углубленного изучения предмета и подготовка учащихся к продолжению образования.

Основным направлением модернизации математического школьного образования является отработка механизмов итоговой аттестации через введение единого государственного экзамена. В заданиях ЕГЭ по математике с развернутым ответом (часть С), а также с кратким ответом (часть В), встречаются задачи с параметрами. Обязательны такие задания и на вступительных экзаменах в вузы.

Появление таких заданий на экзаменах далеко не случайно, т.к. с их помощью проверяется техника владения формулами элементарной математики, методами решения уравнений и неравенств, умение выстраивать логическую цепочку рассуждений, уровень логического мышления учащегося и их математической культуры.

Данный курс “Решение уравнений и неравенств с параметрами” способствует более глубокому усвоению основного курса математики. Материал курса может использоваться учителем на уроках алгебры в 8-9-х классах, на занятиях математического кружка или факультативных занятиях. Курс предназначен для расширенного и углубленного изучения математики и подготовки к выпускным экзаменам за курс общей и средней школы.

Данный курс освещает задачи с параметрами, которые вызывают учащихся наибольшие трудности. Навыки решения задач с параметрами необходимы всем учащимся, которые стремятся хорошо подготовиться к успешной сдаче выпускных экзаменов, ведь все чаще подобные задачи встречаются в материалах выпускных экзаменов и Федерального Центра тестирования. Данный курс способствует формированию устойчивого интереса учащихся к предмету, исследовательского подхода в решении задач, сознательному овладению учащимися системой математических знаний. Ведь именно решение задач с параметрами открывает перед учащимися большое число эвристических приемов, ценных для математического развития личности и именно задачи такого рода стали неотъемлемым атрибутом материалов экзамена в новой форме.

Курс “ Функции помогают уравнениям ” сокращает разрыв между требованиями, которые предъявляет к выпускнику школа, и требованиями, которые предъявляет к абитуриенту ВУЗ. Он ориентирует учащихся на выбор профиля, связанного с математикой, а в дальнейшем профессии технического направления.

ЦЕЛИ КУРСА:

- Восполнить пробелы основного курса;
- формировать у учащихся умения и навыки по решению задач с параметрами, сводящихся к исследованию линейных и квадратных уравнений, неравенств для подготовки к экзамену в новой форме и к обучению в старшем звене;
- изучение курса предполагает формирование у учащегося интереса к предмету, развитие их математических способностей, подготовку к выпускному экзамену и централизованному тестированию;
- развивать познавательную деятельность учащегося;
- обеспечить условия для самостоятельной творческой работы;
- показать множество приемов решения задач с параметрами, в том числе графический;
- формировать исследовательский подход в решении задач;
- помочь осознать степень глубины знаний по предмету;
- оценить возможности сознательного овладения учащимися системой математических знаний;
- ориентировать учащихся на выбор математического профиля обучения.

ЗАДАЧИ КУРСА:

- углубить знания учащихся по предмету;

- формирование у учащихся устойчивого интереса к предмету;
- выявление и развитие их математических способностей;
- подготовка к новой форме проведения экзамена в 9-м классе и к обучению в старшем звене;
- открыть учащимся новые приемы решения уравнений и неравенств с параметрами;
- помочь овладеть рядом технических и интеллектуальных умений на уровне свободного их использования;
- помочь ученику оценить свой потенциал с точки зрения образовательных перспектив;
- развивать познавательную и исследовательскую деятельность учащегося;
- устранить у учащихся трудности, которые возникают при решении задач с параметрами.

Требования к знаниям и умениям до изучения курс:

До изучения курса учащиеся должны уметь:

- решать линейные и квадратные уравнения;
- строить графики элементарных функций, и их комбинации, усложненные модулями;
- решать простейшие иррациональные уравнения с параметром как аналитически, так и графически;
- применять аппарат алгебры для решения прикладных задач;
- иметь четкое представление о возможностях функционально-графического подхода к решению различных задач.

ТРЕБОВАНИЯ К УМЕНИЯМ И НАВЫКАМ:

Введение курса "Функции помогают уравнениям" необходимо учащимся в наше время, как при подготовке к экзамену, так и к вступительным экзаменам в вузы. Владение приемами решения задач с параметрам можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления.

Решение задач, уравнений с параметрами, открывает перед учащимися значительное число эвристических приемов общего характера, ценных для математического развития личности, применяемых в исследованиях и на любом другом математическом материале. Именно такие задачи играют большую роль в формировании логического мышления и математической культуры у школьников, Поэтому учащиеся, владеющие методами решения задач с параметрами, успешно справляются с другими задачами.

Программа предусматривает чтение установочных лекций, проведение практических занятий, семинаров, практикумов. При изучении курса для обучающихся предусмотрены большие возможности для самостоятельной работы, творческого подхода, исследовательской деятельности.

В результате изучения курса учащийся должен:

- усвоить основные приемы и методы решения уравнений, неравенств, систем уравнений с параметрами;
- применять алгоритм решения уравнений, неравенств, содержащих параметр,
- проводить полное обоснование при решении задач с параметрами;
- овладеть исследовательской деятельностью.

Оценка знаний и умений обучающихся проводится с помощью итоговой контрольной работы, которая включает в себя задачи с параметрами из вариантов выпускных экзаменов 9 классов в новой форме.

Учебный план

№ п/п	Наименование разделов плана	Общее количество часов	В том числе	
			теория	практика

1.	Задачи с параметрами. Основные сведения	1	0,5	0,5
2.	Линейные уравнения с параметрами	4	2	2
3.	Решение задач на основе теоремы о существовании корней квадратного трехчлена	7	3	4
4.	Исследование и решение систем линейных уравнений	3	1	2
5.	Линейные неравенства с параметрами	3	1	2
6.	Исследование и решение неравенств второй степени с параметрами	3	1	2
7.	Фазовая плоскость	4	1	3
8.	Решение задач по данным темам	3	1	2
	Итого	28	10,5	17,5

Учебно-тематический план

№	Наименование разделов	Общее количество	В том числе

п/п	плана	часов	теория	практика
1.	**Задачи с параметрами. Основные сведения**			
1.1	Что такое параметр? Что означает решить задачу с параметром?	**1**	**0,5**	**0,5**
2.	**Линейные уравнения с параметрами**	**4**	**2**	**2**
2.1	Первые представления о решении уравнений с параметром		1	-
2.2	Простейшие линейные уравнения с параметром		0,5	0,5
2.3	Решение линейных уравнений с параметрами		0,5	0,5
2.4	Практическая работа по теме: «Решение задач с параметрами на основе свойств линейных уравнений и неравенств»			1
3.	**Решение задач на основе теоремы о существовании корней квадратного трехчлена**	**7**	**3**	**4**
3.1	Исследование квадратных уравнений с параметром		1	0,5
3.2	Решение квадратных уравнений с параметром		0,5	0,5
3.3	Практическая работа по теме: «Решение уравнений с параметром сводящихся к квадратным»			0,5
3.4	Применение теорем Виета для выяснения знаков корней квадратного трехчлена		1	0,5
3.5	Расположение корней квадратного трехчлена		0,5	0,5
3.6	Практическая работа по теме: «Квадратные уравнения с параметром»			0,5
3.7	Проверочная работа			1
4.	**Исследование и решение систем линейных уравнений**	**3**	**1**	**2**
4.1	Исследование систем линейных уравнений		0,5	0,5
4.2	Решение систем линейных уравнений		0,5	0,5
4.3	Практическая работа по теме: «Исследование систем линейных уравнений»			1
5.	**Линейные неравенства с параметрами**	**3**	**1**	**2**
5.1	Исследование и решение неравенств с параметрами вида $ax > b$		1	1
5.2	Практическая работа			0,5
5.3	Проверочная работа			0,5
6.	**Исследование и решение неравенств второй степени с параметрами**	**3**	**1**	**2**

6.1	Исследование и решение неравенств второй степени с параметрами		1	1
6.2	Практическая работа по теме: «Неравенства второй степени с параметрами»			1
7.	**Фазовая плоскость**	**4**	**1**	**3**
7.1	Понятие фазовой плоскости		0,5	0,5
7.2	Решение уравнений с применением метода «Фазовая плоскость»		0,5	0,5
7.3	Практическая работа по теме: «Фазовая плоскость»			1
7.4	Проверочная работа			1
8.	**Решение задач на повторение по темам данного курса**	**3**	**1**	**2**
8.1	Решение задач		1	1
8.2				1

Содержание учебных тем

Тема 1. Задачи с параметрами. Основные сведения (1часа)

Занятие 1. Что такое параметр? Что означает решить задачу с параметром? Основные типы задач с параметрами. Основные методы решения задач с параметром.
Методы обучения: лекция, объяснение, выполнение тренировочных упражнений.
Формы контроля: проверка задач самостоятельного решения.

Тема 2. Линейные уравнения с параметрами (4 часа)
Занятие 1. Первые представления о решении уравнений с параметром.
Методы обучения: лекция, рассказ, объяснение, решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 2. Простейшие линейные уравнения с параметром.
Методы обучения: лекция, рассказ, объяснение, решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 3. Простейшие линейные уравнения с параметром.
Методы обучения: лекция, рассказ, объяснение, решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 4. Практическая работа по теме: «Решение задач с параметрами на основе свойств линейных уравнений»
Методы обучения: решение задач, творческие задания.
Формы контроля: проверка задач самостоятельного решения.

Тема 3. Решение задач на основе теоремы о существовании корней квадратного трехчлена (7 часов)
Занятие 1. Исследование квадратных уравнений с параметром
Методы обучения: лекция, рассказ, объяснение, решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 2. Решение квадратных уравнений с параметром
Методы обучения: лекция, рассказ, объяснение, решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 3. Практическая работа по теме: **«**Решение уравнений с параметром сводящихся к квадратным**»**
Методы обучения: решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения, творческие задания.
Занятие 4. Применение теорем Виета для выяснения знаков корней квадратного трехчлена
Методы обучения: лекция, рассказ, объяснение, решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 5. Расположение корней квадратного трехчлена
Методы обучения: лекция, рассказ, объяснение, решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 6. Практическая работа по теме: «Квадратные уравнения с параметром»
Методы обучения: решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения, творческие задания.
Занятие 7. Проверочная работа

Тема 4. Исследование и решение систем линейных уравнений (3часа)
Занятие 1. Исследование систем линейных уравнений
Методы обучения: лекция, рассказ, объяснение, решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 2. Решение систем линейных уравнений
Методы обучения: решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 3. Практическая работа по теме: «Исследование систем линейных уравнений»
Методы обучения: решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения, проверка творческих заданий.

Тема 5. Линейные неравенства с параметрами (3 часа)
Занятие 1. Исследование и решение неравенств с параметрами вида $ax > b$
Методы обучения: лекция, рассказ, объяснение, решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 2. Практическая работа по теме: «Линейные неравенства с параметрами»
Методы обучения: решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения, проверка творческих заданий.
Занятие 3 Проверочная работа

Тема 6. Исследование и решение неравенств второй степени с параметрами (3 часа)
Занятие 1-2. Исследование и решение неравенств второй степени с параметрами
Методы обучения: лекция, рассказ, объяснение, решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 3. Практическая работа по теме: «Неравенства второй степени с параметрами»
Методы обучения: решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения, проверка творческих заданий.

Тема 7. Фазовая плоскость (4 часа)
Занятие 1. Понятие фазовой плоскости
Методы обучения: лекция, рассказ, объяснение.
Формы контроля: проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 2. Решение уравнений с применением метода «Фазовая плоскость»
Методы обучения: лекция, рассказ, объяснение, решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 3. Практическая работа по теме: «Фазовая плоскость»
Методы обучения: лекция, рассказ, объяснение, решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 4. Проверочная работа

Тема 8. Решение задач на повторение по темам данного курса (3 часов)
Занятие 1. Решение задач
Методы обучения: решение задач, творческие задания.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения и творческих работ.
Занятие 2. Проверочная работа
Методы обучения: лекция, рассказ, объяснение, решение задач.
Формы контроля: фронтальный опрос, проверка задач самостоятельного решения.
Занятие 3. Заключительное занятие
Решение задач с параметром на применение различных методов. Защита проектов.

Методическое обеспечение

Занятия по данной программе состоят из теоретической и практической части. Причем большее количество времени занимает практическая часть.

На занятиях дети знакомятся с различными способами решения задач с параметром, выходящими за пределы школьной программы.

Умение решать задачи – интегрированный показатель того, насколько учащийся владеет математическим материалом. Поэтому решение задач является не только одним из ведущих методов обучения, но и самым информативным способом контроля. Процесс усвоения знаний может быть условно разделен на четыре этапа:

- понимание,
- запоминание,
- применение в «стандартных» условиях,
- применение в новых, нестандартных условиях и различных сочетаниях.

На всех этих этапах для обучения и контроля могут использоваться различные типы задач. В настоящее время особенно востребованными являются умения решать задачи на самом сложном этапе – задачи математических олимпиад.

Эффективным для разностороннего развития детей является такое введение теоретического материала, которое вызвано требованиями творческой практики. Ученик должен уметь сам сформулировать задачу, и новые знания теории помогут ему в процессе решения этой задачи. Данный метод позволяет на занятии сохранить высокий творческий тонус при обращении к теории и ведет к более глубокому ее усвоению.

Важным условием придания обучению проблемного характера является подбор изучаемого материала. Каждый последующий этап должен включать в себя какие-то новые, более сложные задания, требующие теоретического осмысления.

Прохождение каждой теоретической новой темы предполагает постоянное повторение изученных тем, обращение к которым диктует практика. Такие методические приемы, как «забегание вперед», «возвращение к пройденному» придают объемность «линейному», последовательному изложению материала в данной программе, что способствует лучшему ее усвоению.

Все методы решения задач можно условно разделить на две группы: метод последовательных приближений и системный подход. Однако независимо от подхода в решении любой задачи выделяют четыре основных этапа.

Самый главный этап – анализ условия задачи. Применительно к математической задаче учащийся должен понять суть происходящих процессов и составить математическую модель реальной ситуации. Часто решение задачи уже заканчивается уже при возникновении затруднений на этом этапе, так как учащимся не хватает простой суммы знаний (незнание формул, определений, свойств). Очень много трудностей возникает у учащихся, если в задаче необходимо действовать нестандартно.

Второй – составление метода решения. На этом этапе основные сложности решения задач связаны с применением соответствующих формул, алгоритмов. Именно поиск способа или метода решения – основная трудность.

На третьем этапе выполняется решение. Здесь наиболее часты ошибки в вычислениях и незнание правил или формул.

Четвертый этап – проверка решения. Этот этап решения задач учащимися просто игнорируется.

Учащиеся, решая задачу, действуют по определенному алгоритму. После выполнения нескольких задач одного типа они прочно усваивают порядок действий и впоследствии могут применять его не только при решении подобных задач. Приобретенные знания они применяют при решении новых задач, так как начинают понимать, что во многих случаях при выполнении заданий по математике используются исходные приемы и одинаковые или похожие формулы, при расчетах выполняются одинаковые действия.

Прием объяснения ребенком собственных действий, а также Прием совместного обсуждения вопросов, возникающих по ходу работы, с педагогом или другими детьми (при индивидуально-групповой форме занятий) помогают расширить представления о средствах, способах, методах решения экзаменационных задач и тем самым способствуют развитию умения мотивированно отказываться от образца, искать оригинальные решения.

Среди методов, направленных на стимулирование творческой деятельности, можно выделить методы, связанные непосредственно с содержанием этой деятельности, а также методы, воздействующие на нее извне путем создания на занятиях обстановки, располагающей к творчеству: подбор творческих заданий, проблемная ситуация, разнообразие форм урочной деятельности, создание на занятиях доброжелательного психологического климата, индивидуальный подход.

Очевидно, что практическая реализация Концепции модернизации Российского образования невозможна без эффективного использования информационных и коммуникативных технологий. Информационная поддержка образовательного процесса может осуществляется только при наличии разнообразных компьютерных программ учебного назначения. Используется обучающая программа «1С: Репетитор. Математика», что позволяет информационный материал давать учащимся в качестве самостоятельной подготовки.

Реализацию содержания предпочтительно осуществлять на основе технологий проблемного обучения и проектной технологии. Данный курс поможет формированию познавательной, информационной, коммуникативной, рефлексивной компетентностей.

Во время реализации программы используются различные справочные материалы.

РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ УЧАЩИХСЯ

1. Прежде, чем приступить к решению задачи с параметрами, советуем разобраться в ситуации для конкретного числового значения параметра. Например, возьмите значение параметра а=1 и ответьте на вопрос: является ли значение параметра а=1 искомым для данной задачи. Отметим, что подстановка фиксированного значения параметра позволяет во многих случаях нащупать путь решения задачи.
2. При решении многих задач с параметрами удобно воспользоваться геометрическими интерпретациями. Если изобразить графики функций, входящих в левые и правые части рассматриваемых уравнений, то тогда точки пересечения графиков будут соответствовать решениям уравнения, а число точек пересечения- числу решений. Аналогично, при решении систем уравнений или неравенств можно изобразить геометрические места точек плоскости, удовлетворяющих рассматриваемым уравнениям или неравенствам. Это часто позволяет существенно упростить анализ задач, а в ряде случаев представляет собой единственный “ключ” к решению.
3. Решение многих задач с параметрами требует умения правильно формулировать необходимые и достаточные условия, соответствующие различным условиям расположения корней квадратного трехчлена на числовой оси.
4. Существенным этапом решения задач с параметрами является запись ответа. Особенно это относится к тем примерам, где решение как бы “ветвится” в зависимости от значений параметра. В подобных случаях составление ответа - это сбор ранее полученных результатов. И здесь очень важно не забыть отразить в ответе все этапы решения. Также рекомендуем прежде, чем записывать ответ, еще раз внимательно прочитать условие задачи и четко уяснить, что именно спрашивается.
5. Для того,чтобы освоить приемы решения задач с параметрами, необходимо внимательно разобрать приведенные примеры решения таких задач и постараться прорешать как можно больше задач для самостоятельного решения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ ПЕДАГОГА

1. Горнштейн Ш. Квадратные трехчлены и параметры. – Математика.- 1999. № 5- с. 4-9

2. Дорофеев Г.В., Затакавай В.В., Решение задач, содержащих параметры.- М.: Науч.-пед. об-ние “Перспектива”, 1990.- 4.2- 38 с.
3. Дорофеев Г.В. О задачах с параметрами, предлагаемых на вступительных экзаменах в вузы. Математика в школе.- 1983- № 4.- с. 36-40.
4. Егерман Е. Задачи с параметрами.- Математика. № 2, 2003.
5. Мещерякова Г.П. Задачи с параметрами, сводящиеся к квадратным уравнениям. – Математика в школе. № 5, 2001.
6. Неделяева С. Особенности решения задач с параметрами. –Математика.- 1999 г. № 34- с. 20-23.
7. Циганов Ш. Квадратные трехчлены и параметры. – Математика.- 1999. № 5- с. 4-9.
8. Шарыгин И.Ф., Факультативный курс по математике. Решение задач: учебное пособие для 10 кл. средней школы.- М.: Просвещение, 1989.- 252 с.
9. Шевкин А.В. Задачи с параметром. Линейные уравнения и их системы: 8-9 классы. – М.: ТНД “Русское слово- РС”, 2003.
10. Крамор В.С. Математика. Типовые примеры на вступительных экзаменах. - М.: Аркти, 2000.
11. Математика для поступающих в вузы //Сост. А.А.Тырымов. – Волгоград: Учитель, 2005.
12. Математика. Задачи М.И.Сканави. - Минск; В.М.Скакун,1998г.
13. Математика. “Первое сентября”.? 4, 22, 23-2002 г; №12,38-2001 г
14. Потапов М.К., Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В. Уравнения и неравенства с параметрами. Издат МГУ, 1992г
15. Материалы по подготовке к экзамену в новой форме 2021-2022 г.г.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ

1. Большой энциклопедический словарь. Математика.- М.: Научное издательство “Большая Российская энциклопедия”, 1998.
2. Горнштейн Ш. Квадратные трехчлены и параметры. – Математика.- 1999. № 5- с. 4-9
3. Дорофеев Г.В. О задачах с параметрами, предлагаемых на вступительных экзаменах в вузы. Математика в школе.- 1983- № 4.- с. 36-40.
4. Шарыгин И.Ф., Факультативный курс по математике. Решение задач: учебное пособие для 10 кл. средней школы.- М.: Просвещение, 1989.- 252 с.
5. Шевкин А.В. Задачи с параметром. Линейные уравнения и их системы: 8-9 классы. – М.: ТНД “Русское слово- РС”, 2003.
6. Материалы по подготовке к экзамену в новой форме 2021-2022 г.г.

Приложение

Тема 1. Задачи с параметрами. Основные сведения (1часа)

Цели: Рассмотрение понятия параметра в уравнениях и неравенствах. Формирование навыков решения задач с параметром.

1. Вводная лекция.

1) Что такое параметр?

Если рассмотреть основные уравнения, например: $кх + l = 0$, $ax^2 + вx + c = 0$, то можно обратить внимание, что при поиске их корней значения остальных переменных, входящих в уравнения, считаются *фиксированными* и *заданными*.

<u>*Определение*</u>. Параметром называется независимая переменная, значение которой в задаче считается заданным фиксированным или произвольным действительным числом, или числом, принадлежащим заранее оговоренному множеству.

2) Что означает решить задачу с параметром?

Решение задачи с параметром зависит от вопроса в задаче. Если, например, требуется решить уравнение, неравенство, их систему или совокупность, то это означает предъявить обоснованный ответ либо для любого значения параметра, принадлежащего заранее оговоренному множеству.

Если же требуется найти значение параметра, при котором множество решений уравнения, неравенства удовлетворяет объявленному условию, то решение задачи и состоит в поиске указанных значений параметра.

Тема 2. Решение задач с параметрами на основе свойств линейных уравнений и неравенств (4 часа)

Цели: Формирование навыков решения уравнений с параметром.

1. **Решение линейных уравнений с параметром.**

Уравнения вида, $Ax - B = 0$, где A и B - выражения, зависящие только от параметров, а x - неизвестное, называется *линейным уравнением относительно* x.

Оно приводится к виду $Ax = B$ и при $A \neq 0$ имеет единственное решение $x = \dfrac{B}{A}$ при каждой системе допустимых значений параметров т.е. (A и B действительны).

При $A = 0$ и $B = 0$ x - любое число, а при $A = 0$ и $B \neq 0$ решения нет.

<u>*Пример 1*</u>. Решите при всех a

$(a-2)x = 5.$

Чтобы найти значение $õ$, в данном случае надо разделить уравнение на $(a-2)$. При всех ли значениях $à$ мы можем разделить уравнение на $(a-2)$? Нет. При $a = 2$ выражение $(a-2)$ обращается в 0, поэтому значение параметра $a = 2$ является «особым», контрольным значением параметра. Рассмотрим это значение отдельно.

При $a = 2$ $(2-2)x = 5;$ $0x = 5$ - решений нет.

При $a \neq 2,$ $x = \dfrac{5}{a-2}$.

Ответ: при $a = 2$ ø; при $a \neq 2$ $x = \dfrac{5}{a-2}$.

<u>*Пример 2*</u>. Решите уравнение

$(a^2 - 1)x - (2a^2 + a - 3) = 0,$ или

$(a^2 - 1)x = 2a^2 + a - 3,$

является линейным относительно x. Оно имеет смысл при любых действительных значениях параметра a.

Приведя его к виду $(a-1)(a+1)x = (2a+2)(a-1),$ заметим, что при $à = 1$ оно принимает вид: $0x = 0,$ т.е. решением его служит любое действительное число, $a = -1$ уравнение имеет вид: $0x = 2,$ т.е. не имеет решения.

При $a \neq \pm 1$ уравнение имеет единственное решение

$x = \dfrac{2a+3}{a+1}.$

Ответ: при $a = 1$ любое действительное число

при $a = -1$ ø

при $a \neq \pm 1$ $x = \dfrac{2a+3}{a+1}.$

Пример 3. Решить уравнение

$$\frac{x-5}{x+7}=\frac{a-x}{x+7}. \qquad (1)$$

Так как знаменатель не должен быть равен нулю, то $x+7\neq 0,\ \ x\neq -7.$

Знаменатели алгебраических дробей равны, следовательно, для того, чтобы выполнялось равенство (1), должны быть равны и числители:

$$x-5=a-x,\ \ 2x=a+5,\ \ x=\frac{a}{2}+2{,}5.$$

Мы выразили неизвестное x через параметр a, но для x есть ограничение $x\neq -7$, т.е.

$\frac{a}{2}+2{,}5\neq -7,$ откуда $a\neq -19.$

При $a=-19$ исходное уравнение решений не имеет. Так как при подстановке данного значения a в исходное уравнение получаем для x значение -7, которое не входит в область допустимых значений.

Ответ: при $a\neq -19$ $x=\frac{a}{2}+2{,}5;$

при $a=-19$ нет корней.

2. Самостоятельное решение уравнений с параметром:

1) $ax+8=a;$
2) $5x=a;$
3) $(a-1)x=6;$
4) $2ax=1-x;$
5) $\frac{x}{a}+3=5-x;$
6) $\frac{a+3}{a+2}=\frac{2}{x}-\frac{5}{(a+2)x};$
7) $\frac{2(a+1)x}{a}=3(x+1)+\frac{7}{a};$
8) $m=\frac{1}{m}+\frac{m-1}{m(x-1)};$
9) $a^2(x-5)=25(x-a);$
10) $\frac{\kappa(x+2)-3(\kappa-1)}{x+1}=1;$
11) $m=\frac{1}{m}+\frac{m-1}{m(x-1)};$
12) $\frac{t^2+3}{t+1}=\frac{t+3}{t(x-4)}-\frac{4t}{t+1}.$

2. Простейшие линейные неравенства с параметром

Цели: Формирование навыков решения линейных неравенств с параметром.

Каждое из неравенств вида $Ax>B,\ \ Ax<B,\ Ax\geq B$ или $Ax\leq B,$ где A и B - действительные числа или функции от параметров, а x - действительная переменная величина, называется *линейным неравенством с одним неизвестным* (x).

Пример 1. Неравенство $(m-1)x<5m$ - линейное относительно $\tilde{o}$.

При $m=1$ x - любое число,

при $m>1$ $x<\frac{5m}{m-1},$

при $m<1$ $x>\frac{5m}{m-1}.$

2. Самостоятельное решение неравенств с параметром:

Задания для самостоятельного решения линейных неравенств:

1) $ax < 5$;

2) $(a-1)x > 6$;

3) $2ax \le 1 - x$;

4) $3 - ax \ge x$;

5) $3(2a - x) < ax + 1$;

6) $\frac{(a+2)x}{a-1} - \frac{2}{3} < 2x - 1$;

7) $\frac{ax-3}{x-3} - \frac{a}{2} < a - 1$;

8) $\frac{ax}{a-2} - \frac{x-1}{3} < \frac{2x+3}{4}$.

3. Практическая работа по теме: «Решение задач с параметрами на основе свойств линейных уравнений и неравенств»

Цели: проверка степени усвоения учащимися изученного материала и умения применять его при решении задач.

1. **Организация учащихся на выполнение работы.**
2. **Выполнение трехуровневой самостоятельной работы.**

1-й уровень. Решите линейные уравнения и неравенства (a - параметр)

1) $ax + a + 3 = 2a - 5$;

2) $(a-2)x = 10 - a$;

3) $3 - ax > a + x$.

2-й уровень. Решите линейные уравнения и неравенства

(a - параметр)

1) $ax - a = 2x - 17$;

2) $(6-a)x < 5a - 2x$;

3) $\frac{x-3}{x+5} = \frac{a-2}{x+5}$.

3-й уровень. Решите линейные уравнения и неравенства

($\grave{a}$ - параметр)

1) $\frac{2x-4}{x-3} = \frac{2a-ax}{x-3}$;

2) $\frac{x-3}{x+7} = \frac{a+x}{a+2}$;

3) При каких значениях параметра c корень уравнения $x + c = 3x - 5$ является неотрицательным числом?

Тема 3. Решение задач на основе теоремы о существовании корней квадратного трехчлена (7 часа)

Цели: Формирование начальных навыков решения задач по данной теме

1. **Объяснение новой темы.**

Уравнение вида $mx^2 + px + q = 0$, где x - неизвестное, m, p, q - выражение, зависящие только от параметров, и $m \ne 0$, называется *квадратным уравнением относительно* x.

Допустимыми будем считать только те значения параметров, при которых m, p, q - действительны.

Пример 1. Определите все значения параметра, a, при которых уравнение имеет один корень: $2ax^2 - 4(a+1)x + 4a + 1 = 0$.

1) при $a = 0$ $-4x + 1 = 0$; $x = 0{,}25$ - один корень;
2) при $a \ne 0$, один корень возможен, если $\frac{D}{4} = 0$.

$\frac{D}{4} = 4(a+1)^2 - 2a(4a+1)$,

$2a^2-3a-2=0$, решив данное квадратное уравнение, получим корни: $a_1=2;\ a_2=-\frac{1}{2}$.

Ответ: $-\frac{1}{2};0;2.$

Пример 2. Решите уравнение: $mx^2+3mx-(m+2)=0.$

1) при $m=0,\ 0\cdot x^2+0\cdot x-2=0,\ x\in \varnothing;$
2) при $m\neq 0$ и $m(13m+8)\geq 0,$ то существует два корня.

2. Самостоятельное решение уравнений с параметром:

Решить уравнения относительно x:

1) $(k-5)x^2+3kx-(k-5)=0;$
2) $\frac{x+2}{a+1}=\frac{2x-a-1}{x-2};$
3) Определите все значения параметра a, при которых уравнение имеет один корень: $ax^2-(a+3)x+3=0.$
4) $(n+20)x^2+(n+5)x+1=0;$
5) $(m+3)x^2-(3m+1)x+m=0;$
6) $\frac{x}{x^2-4}+\frac{a}{x^2+2x}+\frac{1}{2x-x^2}=0;$
7) $\frac{x-3}{m-2}=\frac{m-7}{x+1}.$

Тема 4. Исследование квадратного трехчлена (3 часа)

Цели: Формирование у учащихся исследовательских навыков у учащихся

1. Объяснение материала

Функция, задаваемая формулой, $ax^2+вx+c,$ где $a\neq 0,$ называется квадратичной функцией. Графиком квадратичной функции является парабола. Точка графика с абсциссой $x_0=-\frac{в}{2a}$ называется вершиной параболы, ордината этой точки равна $y=a\left(-\frac{в}{2a}\right)^2+в\left(-\frac{в}{2a}\right)+c=-\frac{D}{4a}.$

При $a>0$ «ветви» параболы направлены вверх, а при $a<0$ – вниз. Каждый из этих двух случаев разбивается на три подслучая в зависимости от числа корней уравнения.

При $D=в^2-4ac>0$ уравнение $ax^2+вx+c=0$ имеет два действительных корня $x_{1,2}=\frac{-в\pm\sqrt{в^2-4ac}}{2a}.$

При $D=0$ уравнение имеет один корень $x=-\frac{в}{2a}.$

При $D<0$ уравнение не имеет действительных корней.

Пример 1. При каких a область значений функции содержит отрезок $[-1;1]$: $y=ax^2+x+1.$

1) $a=0$

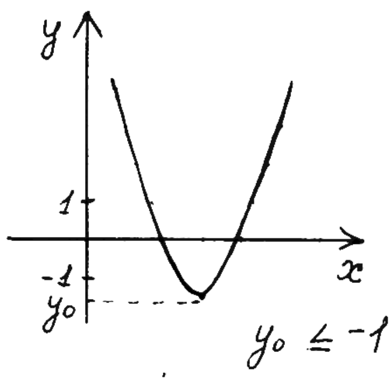
$y=x+1$ - линейная функция, то $E(y):R,$ то $[-1;1]\subset E(y).$

2) $a>0$

$y=ax^2+x+1$ - квадратичная функция, графиком является парабола, «ветви» которой направлены вверх, то $E(y):[y_0;+\infty)$

$x_0=-\frac{1}{2a},\ y_0=\frac{4a-1}{4a}.$

$E(y):\left[\frac{4a-1}{4a};+\infty\right)$



$\frac{4a-1}{4a} \le -1,$

$\frac{4a-1+4a}{4a} \le 0,$

$\frac{8a-1}{4a} \le 0,$

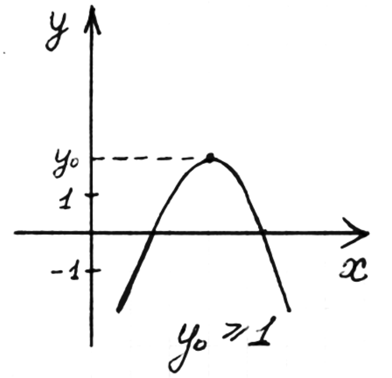
$a_1 = 0; a_2 = \frac{1}{8}$

$[-1;1] \subset E(y)$ при $a \in \left(0; \frac{1}{8}\right]$.

3) $a < 0$

$y = ax^2 + x + 1$ - квадратичная функция, графиком является парабола, «ветви» которой направлены вниз, то $E(y): (-\infty; y_0]$

$E(y): \left(-\infty; \frac{4a-1}{4a}\right]$



$\frac{4a-1}{4a} \ge 1$

$\frac{4a-1-4a}{4a} \ge 0$

$-\frac{1}{4a} \ge 0$

$\frac{1}{4a} \le 0$

$a < 0, \ \ a \in (-\infty; 0)$

После объединения решений получаем: $a \in (-\infty; 0)$.

2. Самостоятельное решение уравнений с параметром:

1)Выяснить, при каких значениях параметра, a $(x_1 \ne x_2)$ оба корня уравнения $(a-1)x^2 + (2a-3)x + a - 3 = 0$ меньше единицы.

2) Выяснить, при каких значениях $к$ $1 \in (x_2; x_1)$ для уравнения $(к-1)x^2 + (к+4)x + к + 7 = 0$?

3) Выяснить, при каких значениях параметра, a оба корня уравнения $(a+2)x^2 + 3ax - 2a = 0$ больше 0,5?

4) Исследуйте уравнение $(a+2)x^2 - 2(a+3)x + a + 5 = 0$ на знаки корней в зависимости от значений параметра *a.*

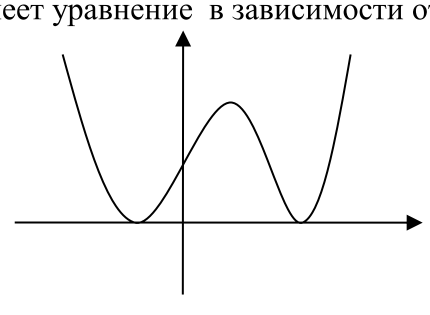
Тема 5. Фазовая плоскость (3 часа)

Цели: Формирование навыков решения уравнений с параметром графическим методом

1. Объяснение новой темы

Рассмотренные до этого стандартные способы решения уравнений и неравенств в отдельных случаях приводит к сложным и утомительным преобразованиям. Процесс решения может быть иногда упрощен, если применить метод «Фазовая плоскость»

<u>Пример 1.</u> Определите, сколько корней имеет уравнение в зависимости от параметра *a*:



$|x^2 - 2x - 3| = a$

$x_0 = 1; a_0 = 4$

$a < 0$ – нет решений;

$a \in (0;4)$ - четыре корня;

$a = 4$ - три корня;

$a > 4$ – два корня.

Задачи для самостоятельного решения:

Определите, сколько корней имеет уравнение в зависимости от параметра *a*:

1) $\left|x^2 - 2x - 3\right| = a$;
2) $\left|x^2 + 4x + 4\right| = a$;
3) $\left|-x^2 - 5x + 14\right| = a$;
4) $\left|-5x^2 - 9x + 2\right| = a$;
5) $\left|x^2 + 2x - 7\right| = a$;
6) $\left|2x^2 + 3x - 1\right| = a$;
7) $\left|2x^2 - 4x - 1\right| = a$;
8) $\left|-x^2 - 4x - 5\right| = a$.